

# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ КОМПЛЕКСА МАЛОГЛУБИННОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО СКАНИРОВАНИЯ

\*Е.В.Балков<sup>1</sup>, М.И.Эпов<sup>1</sup>, А.К.Манштейн<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Институт геофизики СО РАН, Россия, г. Новосибирск, пр. Ак. Коптюга, 3

## Mathematical apparatus for shallow-depth electromagnetic scanning device

\*E.V.Balkov<sup>1</sup>, M.I.Eпов<sup>1</sup>, A.K.Manstein<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Institute of Geophysics SB RAS, 3 Koptyug Pr., Novosibirsk, Russia

### Summary

Present work is devoted to development of mathematical apparatus for calibration, data processing, inversion and visualization of shallow-depth electromagnetic sounding device EMS. The basics of theory and the case history are presented.

### Аннотация

Работа посвящена разработке математического обеспечения для метрологического тестирования аппаратуры, обработки, инверсии и визуализации данных комплекса малоглубинного электромагнитного сканирования. Представлены элементы соответствующей теории и результаты применения на практике как созданного обеспечения, так и самой аппаратуры.



Рис. 1: Аппаратура ЭМС

**Введение** В настоящее время представляет большой интерес и интенсивно развивается направление малоглубинных исследований земной коры. Разработанная и изготовленная в лаборатории электромагнитных полей ИГФ СО РАН аппаратура ЭМС (электромагнитный сканер; рис. 1) реализует метод индукционного частотного электромагнитного зондирования и направлена на решение широкого круга задач: мониторинг состояния подземных коммуникаций; поиск и локализация источников утечки жидкостей в подземных трубопроводах; картирование грунтовых вод; определение местоположения подземных трубопроводов, кабелей; идентификация подземных сооружений; исследование состояния грунта, определение зон трещиноватости, обводнения; детальные исследования археологических объектов; мониторинг и детальная

диагностика загрязнения почвы горюче-смазочными материалами и т.п.

Аппаратура ЭМС представляет собой трехкатушечный зонд с генератором и двумя приемниками, расположенными в плоскости генератора. Зондирование осуществляется варьированием частоты в диапазоне 2.5 - 250.0 кГц. Моменты приемных катушек подобраны так, что в воздухе достигается компенсация первичного поля генератора и, таким образом, при измерении регистрируется разностная э.д.с., индуцированная вторичными источниками поля, расположенными в среде.

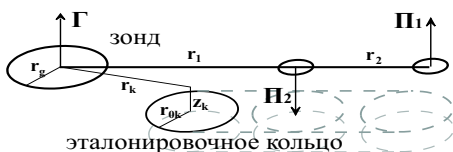


Рис. 2: Схема эталонировочной модели

Для успешного применения аппаратуры ЭМС необходимо создать соответствующее математическое и программное обеспечение метрологического тестирования, обработки и инверсии полевых данных, чему и посвящена настоящая работа.

**Элементы теории и некоторые практические результаты** В качестве эталонировочной модели была выбрана система, включающая зонд и проволочное медное кольцо, расположенное в плоскости параллельной плоскости генератора и перемещаемого вблизи приемников. Схематически

модель изображена на рис. 2.

$$\begin{aligned} \operatorname{rot}\mathbf{H} &= (\sigma + i\omega\varepsilon)\mathbf{E}, & \operatorname{div}\mathbf{H} &= 0, \\ \operatorname{rot}\mathbf{E} &= -i\omega\mu\mathbf{H}, & \operatorname{div}\mathbf{E} &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

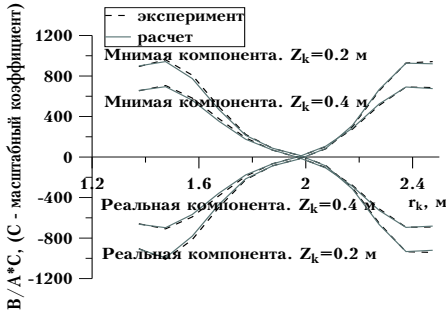


Рис. 3: Расчет и эксперимент

ственно по формулам (5) и (6).

$$H_z = -\frac{M_g}{4\pi R^3} (\sin^2 \theta (3 + 3kR + k^2 R^2) - 2 - 2kR) e^{-kR}; \quad E_\varphi = -i\omega\mu \frac{M_g \sin \theta}{4\pi R^2} (1 + kR) e^{-kR}, \quad (2)$$

$$H_z = \frac{1}{r} \frac{I_g r_g}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{e^{-kR_l}}{R_l} \cos \alpha d\alpha + \frac{I_g r_g}{4\pi} \int_0^{2\pi} \cos \alpha (r_g \cos \alpha - r) (1 + kR_l) \frac{e^{-kR_l}}{R_l^3} d\alpha; \quad k^2 = i\omega\mu\sigma - \omega^2\varepsilon\mu, \quad (3)$$

$$E_\varphi = -i\omega\mu \frac{I_g r_g}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{e^{-kR_l}}{R_l} \cos \alpha d\alpha. \quad (4)$$

$$\varepsilon_k = r_{0k} \int_0^{2\pi} E_\varphi [x(\psi), y(\psi), z(\psi)] [\sin \varphi(\psi) \sin \psi + \cos \varphi(\psi) \cos \psi] d\psi, \quad (5)$$

$$\varepsilon_k = -i\omega\mu M_k H_z |_{r=r_k, z=z_k}. \quad (6)$$

$M_g, I_g, r_g$  - момент, ток и радиус генератора;  $M_k, r_{0k}$  - момент и радиус приемника.

Реальная компонента экспериментальный сигнал, В/А						
	r1	r2	r3	r4	r5	r6
z1	-2.87E+02	-1.03E+02	-8.85E+01	-3.29E+01	2.59E+02	1.04E+03
z2	-2.68E+02	-1.02E+02	-4.77E+01	3.89E+01	3.00E+02	8.33E+02
z3	-2.24E+02	-8.72E+01	-1.76E+01	8.12E+01	3.02E+02	6.55E+02
z4	-1.89E+02	-6.62E+01	5.19E+00	1.03E+02	2.76E+02	5.10E+02
z5	-1.48E+02	-5.25E+01	2.00E+01	1.13E+02	2.44E+02	4.04E+02
z6	-1.14E+02	-3.50E+01	3.24E+01	1.10E+02	2.10E+02	3.23E+02
синтетический сигнал, В/А						
z1	-8.62E-05	-3.65E-05	-3.29E-05	-1.39E-05	9.07E-05	3.53E-04
z2	-8.09E-05	-3.41E-05	-1.75E-05	1.29E-05	1.04E-04	2.75E-04
z3	-6.94E-05	-2.84E-05	-6.42E-06	2.75E-05	1.01E-04	2.15E-04
z4	-5.69E-05	-2.17E-05	1.57E-06	3.47E-05	9.20E-05	1.69E-04
z5	-4.46E-05	-1.60E-05	7.23E-06	3.74E-05	8.12E-05	1.32E-04
z6	-3.48E-05	-1.05E-05	1.06E-05	3.63E-05	6.95E-05	1.06E-04

Рис. 4: Сравнение расчетов и экспериментальных данных

кольца для частоты 15 кГц.

На основе уравнений Максвелла (1) и решения соответствующих краевых задач были получены выражения для вертикальной компоненты магнитного и тангенциальной компоненты электрического поля, возбуждаемого генератором ЭМС - магнитным диполем (2) или кольцом конечных размеров (3), (4).

В результате математического моделирования установлены области пространства, в которых генераторное и приемные кольца можно считать диполями.

Были разработаны и математически обоснованы способы расчета э.д.с. в эталонировочных кольцах и приемниках с ферритовым сердечником. Э.д.с. ( $\varepsilon_k$ ) в кольце конечных размеров и в дипольном приемнике следует вычислять соответ-

В рамках принятой эталонировочной модели был проведен ряд экспериментов. ЭМС расположен на высоте, где влияние земли мало. Эталонировочное кольцо перемещалось по некоторой пространственной сетке вблизи приемников (см. рис. 2), и сигналы регистрировались во всем частотном диапазоне.

Были проведены анализ и сравнение экспериментальных данных с результатами математического моделирования. На рис. 3 приведены графики синфазной и квадратурной компонент экспериментального и синтетического сигналов профилирования над эталонировочным кольцом на двух высотах с частотой 20.5 кГц. На рис. 4 приведена таблица со значениями реальных компонент экспериментального и синтетического сигналов в некоторых положениях эталонировочного

В результате установлены хорошие качественная и количественная корреляции экспериментальных и синтетических данных. Таким образом были изучены фазовая и амплитудная характеристики аппаратуры.

В рамках модели однородного полупространства в низкочастотном приближении ( $|kr_j| \ll 1$ , где  $k = \sqrt{\omega\mu\sigma}$  - волновое число среды,  $r_j$  - разнос между источником и  $j$ -ым приемником ( $j = 1, 2$ ) реальная компонента э.д.с. при частотном зондировании прямо пропорциональна удельной электропроводности грунта  $\sigma$ . Формула, описывающая э.д.с. в  $j$ -ым приемнике, представляет собой следующее выражение [1]

$$\varepsilon_j = -i\omega\mu \frac{M_g}{2\pi k^2} \left\{ \frac{M_j}{r_j^5} \left[ 9 - (9 + 9kr_j + 4k^2r_j^2 + k^3r_j^3)e^{-kr_j} \right] \right\}.$$

В асимптотическом представлении главный член реальной части разложения можно записать в виде  $\omega^2\mu^2\sigma M_g M_j / 16\pi r_l$ , что указывает линейную зависимость.

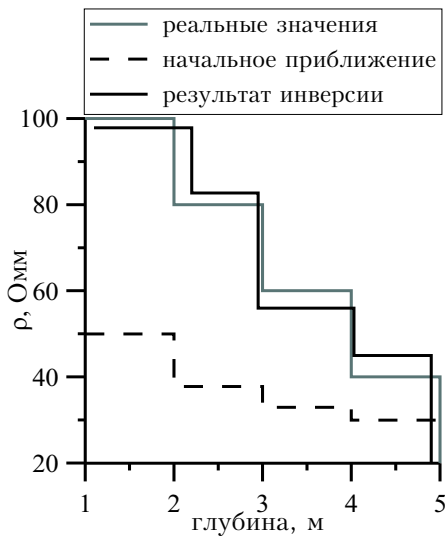


Рис. 5: Сравнение расчетов и истинной модели

Для оценки удельного сопротивления грунта по данным зондирования ЭМС с приемлемой точностью требуется рассматривать полные постановки задач. Модель однородного полупространства может служить только для качественного анализа данных зондирования и получения некоторой приближенной информации о строении среды. Поэтому для описания среды была принята локальная горизонтально-слоистая геоэлектрическая модель. Модель полупространства была использована для получения кажущегося сопротивления и начальных приближений при инверсии данных.

Для построения начального приближения строения грунта нужно последовательно на каждой частоте ЭМС решить трансцендентное уравнение  $\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$  относительно удельной электропроводности. Разностная э.д.с., как функция электропроводности, не является монотонной во всем рассматриваемом промежутке изменения электропроводности [1]. Поэтому для однозначной разрешимости уравнения выбирается соответствующий участок монотонности [1].

Для горизонтально-слоистой среды было использовано решение прямой задачи о частотных зондированиях с зондом, расположенным на поверхности слоистой среды.

$$H_z = \frac{M_k}{\pi r_k} \int_0^\infty \lambda^2 J_1(\lambda r_k) J_0(\lambda r) X d\lambda; H_z = \frac{M_k}{2\pi} \int_0^\infty \lambda^3 J_0(\lambda r) X d\lambda, r_k \rightarrow 0, \quad (7)$$

$$E_\varphi = -\frac{i\omega\mu M_k}{\pi r_k} \int_0^\infty \lambda J_1(\lambda r_k) J_1(\lambda r) X d\lambda; E_\varphi = -\frac{i\omega\mu M_k}{2\pi} \int_0^\infty \lambda^2 J_1(\lambda r) X d\lambda, r_k \rightarrow 0, \quad (8)$$

где

$$X = \frac{f_{l+0}}{f_{l-0}h_{l+0} - f_{l+0}h_{l-0}} \zeta(z), z < z_l; X = \frac{f_{l-0}}{f_{l-0}h_{l+0} - f_{l+0}h_{l-0}} \zeta(z), z > z_l; f = \mu\zeta, h = \zeta',$$

а функция  $\zeta(z)$  находится с помощью рекурсивного алгоритма [2] через свои значения на границах слоев ( $\zeta_n = \zeta(z)|_{z=z_n}$ ,  $n = 0 \dots N$ ) по формулам

$$\zeta(z) = \zeta_{1-0} e^{p_0(z-z_1)}, z \leq z_0; \zeta(z) = \zeta_{n+0} ch(p_n(z-z_n)) + \zeta'_{n+0} \frac{sh(p_n(z-z_n))}{p_n},$$

$$\zeta(z) = \zeta_{n+1-0} ch(p_n(z-z_{n+1})) + \zeta'_{n+1-0} \frac{sh(p_n(z-z_{n+1}))}{p_n}; \zeta(z) = \zeta_{N+0} e^{-p_N(z-z_N)}, z \geq z_N,$$

где  $p_n = \lambda^2 + k_n^2$ ,  $k_n^2 = \omega\mu\sigma_n$ ,  $n = 0...N$ .

Э.д.с., индуцированная в приемнике вторичным полем слоистой среды, находится по соответствующим (7), (8) формулам (5), (6).

На основе хорошо известного в нелинейном программировании метода деформируемых многогранников создана процедура инверсии, которая в качестве начального приближения на каждой точке зондирования использует кривую кажущегося сопротивления и целевую функцию

$$F = \sqrt{\sum_{k=1}^N \left( \frac{\varepsilon_k^{exp} - \varepsilon_k^{teor}}{\sigma\varepsilon_k^{exp}} \right)^2},$$

где  $N$  - количество частот, используемых ЭМС,  $\varepsilon_k^{exp}$  - экспериментальные значения э.д.с,  $\varepsilon_k^{teor}$  - синтетические значения э.д.с и  $\sigma\varepsilon_k^{exp}$  - дисперсия экспериментальных данных. Пример результата инверсии на одной точке зондирования приведен на рис. 5.

На рис. 6(а) представлен пример экспресс-обработки (перевода в кажущуюся электропроводность) полевых данных, полученных при площадном зондировании в районе археологического памятника (Западная Сибирь). На картах отчетливо прослеживаются контуры котлована древнего жилища и древнего заградительного рва. Данные построения подтверждены последующими археологическими раскопками [3]. Рис. 6(б) иллюстрирует распределение нормированного разностного сигнала ЭМС на участке продуктопровода. Карты указывают на расположение самой трубы и других элементов конструкции.

**Выводы** Разработаны и реализованы средства метрологического контроля характеристик аппаратуры, что позволяет калибровать измеряемые величины. Разработаны программно-алгоритмические средства экспресс-обработки и инверсии данных зондирования, что дает возможность находить удельные характеристики грунта в рамках горизонтально-слоистой модели. Аппаратно-программный комплекс электромагнитного индукционного частотного зондирования ЭМС является эффективным средством решения вышеперечисленных задач.

*Исследования выполнены при поддержке РФФИ (проекты №00-06-80241, №02-06-06041, №03-06-80415) и междисциплинарного интеграционного проекта фундаментальных исследований СО РАН №87.*

## Список литературы

- [1] Е.В. Балков, А.К. Манштейн. Трехкатушечный индукционный зонд в частотном зондировании // Геофизический вестник. - Москва: ЕАГО. - 2001. - № 12. - С. 17 - 20.
- [2] В.С. Могилатов. Импульсная электроразведка // Новосибирск: НГУ. - 2002. 208 с.
- [3] В.И. Молодин, ..., А.К. Манштейн, ..., Е.В. Балков. Геофизические исследования городища Чича-1 в 2001 году // Проблемы археологии, этнографии, антропологии Сибири и сопредельных территорий. Т. VII. - Новосибирск: Изд-во ИАиЭ СО РАН, 2001. С. 391 - 398.

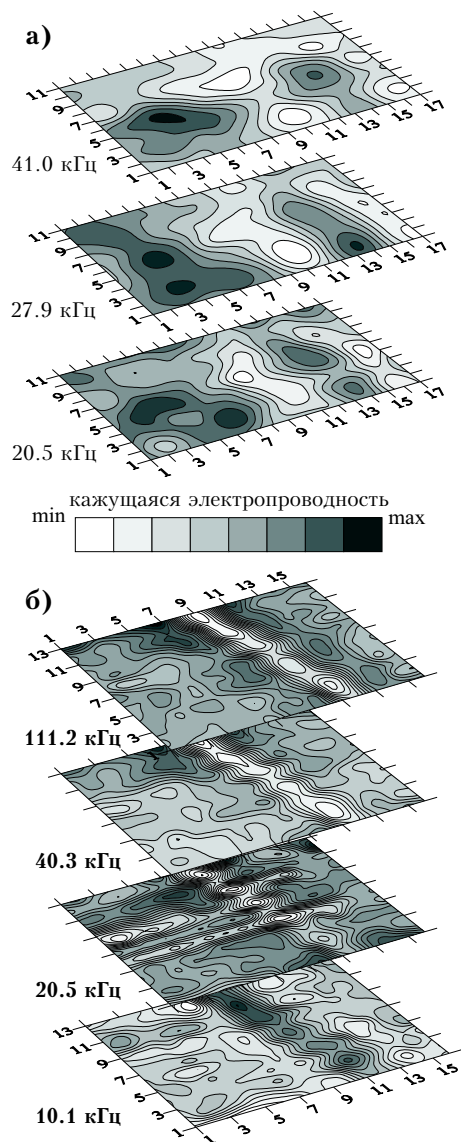


Рис. 6: Примеры обработки